

Apprendre par la résolution de problèmes en mathématiques : Pourquoi ? Comment ?

Les attendus de fin de cycle précisent que les élèves doivent être capables de résoudre des problèmes divers. La résolution de problème, si elle ne constitue pas un domaine des mathématiques doit néanmoins être **centrale** dans leur enseignement comme des autres disciplines (Histoire, Sciences, Géographie, ...)

Programmes et socle

Au cycle 1 : Le monde des nombres donne l'occasion aux enfants de vivre de multiples expériences et de se familiariser avec leur représentation. Les quantités sont utilisées au cours de situations de vie de classe ...

...l'action seule ne suffit pas, pour être source d'apprentissages, elle doit donner lieu à des questionnements pour résoudre des problèmes dans des situations ayant du sens. L'enfant découvre des stratégies et met en œuvre des essais et tâtonnements. Pour cela les activités papier-crayon ne peuvent à elles seules constituer un moyen suffisant de l'évaluation. (p31)

Cycle 2 : Au cycle 2, la résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves, développant leurs capacités à chercher, raisonner et communiquer. Les problèmes permettent d'aborder de nouvelles notions, de consolider des acquisitions, de provoquer des questionnements.

Cycle 3 : La résolution de problèmes constitue le **critère principal de la maîtrise des connaissances** dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens. Si la modélisation algébrique relève avant tout du cycle 4 et du lycée, **la résolution de problèmes permet déjà de montrer comment des notions mathématiques peuvent être des outils pertinents pour résoudre certaines situations.**

G.Vergnaud : « Le savoir se forme à partir de problèmes à résoudre, c'est-à-dire de situations à maîtriser [...] Les conceptions des élèves sont façonnées par des situations qu'ils ont rencontrées ».

La situation-problème fait partie des outils d'une pédagogie fondée sur l'auto construction des savoirs

Résoudre des problèmes : oui, mais comment ?

DEMARCHE

- Découverte du problème** : A l'oral, à l'écrit, seul, en groupe classe, ou en groupe restreint.
- Investigation** :
 - Temps de recherche **individuelle** de courte durée pour permettre à chaque élève de s'approprier la situation et de s'appuyer sur ses connaissances préalables pour trouver des solutions. L'enseignant observe, encourage la recherche.
 - Temps de recherche de **groupe** :

Problème de **type 1 ou 4** : **groupes hétérogènes** pour une approche socioconstructiviste. Les élèves échangent, confrontent, modifient, évoluent dans leurs représentations initiales.

Problème de **type 2 ou 3** : **groupe homogène** à 2, 3 ou 4 ou seul en autonomie. Prise en charge possible des élèves en écart d'apprentissage.

- SELON LE TYPE DE PROBLEME, les élèves peuvent faire appel à des procédures expertes et/ou personnelles :

Procédures personnelles	Procédures expertes
Manipuler, dessiner, schématiser, dénombrer	« Reconnaître » une situation, l'associer à une connaissance maîtrisée (ex : je reconnais une situation multiplicative)
A faire évoluer vers...	

- **Mise en forme des résultats**

Rôle de l'enseignant : observer et recueillir des informations qui l'aideront à préparer la phase de mise en commun.

Captation audiovisuelle vivement conseillée

COMPETENCES MATHÉMATIQUES

Ay cycle 2, il s'agit en premier de développer chez les élèves leurs capacités à **chercher, raisonner et communiquer**. p 90

Chercher – Domaines S4C 2, 4

S'engager dans une démarche de résolution de problèmes en observant, en posant des questions, en manipulant, en expérimentant, en émettant des hypothèses, si besoin avec l'accompagnement du professeur après un temps de recherche autonome.

Tester, essayer plusieurs pistes proposées par soi-même, les autres élèves ou le professeur.

Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés : textes, tableaux, diagrammes, graphiques, dessins, schémas, etc.

S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle.

Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.

Modéliser – Domaines S4C 1 2 4

Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne. Reconnaître et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité.

Représenter – Domaines S4C1, 5

Utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques, écritures avec parenthésages, ...

Produire et utiliser diverses représentations des fractions simples et des nombres décimaux.

Analyser une figure plane sous différents aspects (surface, contour de celle-ci, lignes et points).

Reconnaître et utiliser des premiers éléments de codages d'une figure plane ou d'un solide.

Utiliser et produire des représentations de solides et de situations spatiales.

REMARQUE

Possibilité de différer la mise en commun et la synthèse en fonction de la difficulté de la situation problème (Séance en 2 temps)

Entre les deux séances :

Travail de préparation de l'enseignant sera de classer les différentes stratégies employées et les compiler (un exemple par stratégie) sur un document de travail à destination des élèves.

Une démarche de résolution intéressante, non employée par la classe, peut être insérée par le maître dans le document de travail introduisant la deuxième séance, afin d'en faire la présentation.

De même une démarche volontairement erronée peut être introduite afin d'exercer la réflexion des élèves.

Temps 2 (le lendemain) :

2.B. Investigation – phase à mettre en œuvre si la situation s'y prête.

Découverte et analyse des procédures employées (écrit individuel ou à 2)

Les élèves (par binômes ou individuellement) observent et réfléchissent aux différentes stratégies employées.

Sur le document :

- ils indiquent les démarches correctes
- ils indiquent les résultats corrects
- ils essaient d'expliquer les erreurs

3. Mise en commun :

Présentation et débat autour des différentes procédures trouvées

Les élèves confrontent, échangent, argumentent ; l'enseignant questionne, interpelle, incite, invite à l'argumentation, aide à la formulation de certaines procédures. Ce moment de débat peut être l'occasion de conforter les apprentissages au niveau de l'oral : comment faire pour donner son avis ? Interrompre ? Demander de répéter ? Exprimer son désaccord ?

3. Synthèse et institutionnalisation :

Synthèse des élèves : consignation des acquisitions conceptuelles et procédurales

Attention, c'est une phase primordiale

- Afficher les feuilles de groupe en parallèle.
- Traiter le même point d'un groupe à l'autre.
- Favoriser la comparaison, le débat et la validation collective.

Synthèse de l'enseignant (institutionnalisation des savoirs).

Il va s'agir d'ancrer les attitudes essentielles et les procédures intéressantes qui pourront être réinvesties dans la résolution d'autres problèmes

Raisonner – Domaines S4C2, 3, 4

C2 Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement.

En géométrie, passer progressivement de la perception au contrôle par les instruments pour amorcer des raisonnements s'appuyant uniquement sur des propriétés des figures et sur des relations entre objets.

Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui.

Justifier ses affirmations et **rechercher** la validité des informations dont on dispose.

Calculer – Domaines S4C 4

Calculer avec des nombres décimaux, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (mentalement, en ligne, ou en posant les opérations).

Contrôler la vraisemblance de ses résultats.

Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.

Communiquer – Domaines S4C 1, 3

Utiliser l'oral et l'écrit, le langage naturel puis quelques représentations et quelques symboles pour expliciter des démarches, argumenter des raisonnements.

Utiliser progressivement un vocabulaire adéquat et/ou des notations adaptées pour décrire une situation, exposer une argumentation.

Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Ecrits de travail des élèves

- Ecrit produit par l'élève ou par un groupe d'élèves explicitant une stratégie de calcul à retenir. Formulation de ce type de texte provisoire et évolutive : traces accessibles dans un cahier.
- Texte construit dans la classe de façon collaborative, ou éventuellement un écrit proposé par le professeur, en synthèse d'un temps de travail : affichage collectif dans la classe.

Préconisations :

Pour être accessibles à l'élève, ces deux derniers types d'écrits sont répertoriés dans un document dédié (choix de l'équipe) et peuvent aussi faire l'objet d'affichages dans la classe.

Idéalement, les textes de synthèse restent accessibles dans un cahier que l'élève conserve et complète tout au long du cycle.

L'utilisation d'exemples génériques a toute sa place dans les écrits de synthèse et peut être plus claire qu'une longue phrase explicative pour certains élèves.

Quelques références bibliographiques conseillées.

IFE - **La résolution de problèmes de mathématiques au primaire** - [09/12/2015 Annie Feyfan](#)

- **Typologies de problèmes**

- **Les problèmes pour apprendre**

Les problèmes de **type 1** : dont la résolution vise la construction d'une nouvelle connaissance ;

Les problèmes de **type 2** : destinés à permettre le réinvestissement de connaissances déjà travaillées, à les exercer.

Les problèmes de **type 3** : plus complexes que les précédents dont la résolution nécessite la mobilisation de plusieurs catégories de connaissances ;

- **Les problèmes pour chercher**

Les problèmes de **type 4** : centrés sur le développement des capacités à chercher : en général, pour résoudre ces problèmes, les élèves ne connaissent pas encore de solution experte.

- **Typologie des erreurs** selon J.P Astolfi (Professeur des sciences de l'Education à l'Université de Rouen)

Il distingue huit origines possibles :

- Compréhension des consignes.
- Habitudes scolaires ou mauvais décodage des attentes.
- Conceptions alternatives des élèves.
- Opérations intellectuelles impliquées.
- Démarches adoptées.
- Surcharge cognitive.
- Origine dans une autre discipline.
- Complexité propre du contenu.

- **Stratégie**

Méthode de résolution qui s'applique à un nombre restreint de problèmes indépendamment des données et qui fait partie de la démarche de l'élève pour arriver à une solution. Un problème peut être résolu par une seule stratégie ou par une combinaison de stratégies. Un même problème peut être résolu par des stratégies différentes. Plus un élève connaît des stratégies, plus il devient habile en résolution de problèmes. L'élève peut avoir à sa disposition ou se construire un référentiel adapté à ses capacités et à ses connaissances. **L'usage abusif d'imposer des stratégies diminue l'habileté à résoudre des problèmes.**

Les stratégies peuvent être partagées en cinq classes : application, enchaînement logique, expression physique, recherche, représentation. La plupart des problèmes, sinon tous, peuvent être résolus en appliquant plus d'une stratégie à la fois. Les 63 stratégies retenues apparaissent ci-dessous.

Stratégies d'application	Stratégies d'enchaînement logique	Stratégies d'expression physique.	Stratégies de recherche.	Stratégies de représentation
1. Appliquer les propriétés des carrés <u>magiques</u> .	1. Analyser les <u>données</u> .	1. Procéder par <u>découpage</u> .	1. Changer de <u>perspective</u> .	1. Classer les <u>données</u> .
2. Appliquer les propriétés des figures <u>géométriques</u> .	2. Composer un <u>programme</u> .	2. Procéder par <u>pliage</u> .	2. Choisir d'autres <u>données</u> .	2. Construire des <u>modèles</u> .
3. Appliquer les propriétés des <u>nombres</u> .	3. Exclure les données <u>superflues</u> .	3. Utiliser des <u>jetons</u> .	3. Consulter une <u>table</u> .	3. Construire un <u>diagramme</u> .
4. Appliquer les propriétés des transformations <u>géométriques</u> .	4. Faire une fausse <u>supposition</u> .	4. Utiliser des <u>objets</u> .	4. Procéder par <u>comptage</u> .	4. Construire un <u>graphique</u> .
5. Appliquer une <u>règle</u> .	5. Faire une observation <u>raisonnée</u> .	5. Utiliser un instrument de <u>mesure</u> .	5. Procéder par recherche <u>systématique</u> .	5. Construire un <u>tableau</u> .
6. Écrire une <u>équation</u> .	6. Faire une <u>superposition</u> .	6. Vivre la situation en <u>gestes</u> .	6. Procéder par <u>tâtonnement</u> .	6. Construire une <u>table</u> .
7. Écrire une phrase <u>mathématique</u> .	7. Partir de l' <u>unité</u> .		7. Rechercher les <u>combinaisons</u> .	7. Décomposer en <u>sous-problèmes</u> .
8. Utiliser une <u>formule</u> .	8. Prendre un <u>raccourci</u> .		8. Rechercher les données <u>implicites</u> .	8. Dresser une liste <u>ordonnée</u> .
9. Utiliser une <u>proposition</u> .	9. Prioriser des <u>données</u> .		9. Rechercher une <u>formule</u> .	9. Faire un <u>dessin</u> .
	10. Procéder par <u>analogie</u> .		10. Rechercher une <u>règle</u> .	10. Faire un <u>schéma</u> .
	11. Procéder par <u>approximation</u> .		11. Rechercher une <u>régularité</u> .	11. Faire une <u>construction</u> .
	12. Procéder par <u>bonds</u> .		12. Réduire le champ de <u>recherche</u> .	12. Prendre des <u>exemples</u> .
	13. Procéder par <u>déduction</u> .		13. Repérer les <u>pièges</u> .	13. Illustrer les <u>données</u> .
	14. Procéder par <u>élimination</u> .			14. Utiliser des symboles <u>graphiques</u> .
	15. Procéder par étapes <u>concourantes</u> .			
	16. Procéder par <u>induction</u> .			
	17. Procéder par <u>itération</u> .			
	18. Procéder par <u>progression</u> .			
	19. Procéder par <u>régression</u> .			
	20. Résoudre un problème <u>auxiliaire</u> .			
	21. Simplifier les <u>données</u> .			